DIDAKTIKA MATEMATIKY

1.

a) Základné koncepcie matematického vzdelávania. Konštruktivizmus. Nové trendy s využitím IKT.

Základné koncepcie matematického vzdelávania

- **Dogmatizmus** – stredovek – učenie sa naspamäť
- **Tradičný prístup** – vysvetlí sa a precvičí
- **Rozvíjajúci spôsob** – žiak sa podieľa na tvorbe poznatku, učiteľ ho vhodne zostavenými otázkami alebo úlohami privedie k objaveniu poznatku

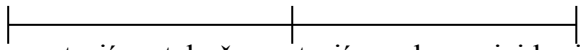
Tieto prístupy sa líšia v pohľadoch na

- **náplň predmetu**
  1. tradičný - zaoberá sa obsahom,
     - ktoré matematické prvky budeme učiť,
     - ako naučiť látku čo najefektívnejšie,
     - meradlom učiteľa je množstvo látky, ktoré deťom natlačí do hláv
  2. rozvíjajúci – kľúčová otázka je AKO učíme,
  - čo sa deje v hlavách žiakov, aký celkový vplyv to má na žiakov
- **ciele vyučovania**
  1. vedieť poučky, definície, postupy, vzorce, algoritmy
  2. budovať sebadôveru žiaka vo vlastné schopnosti myslenia
     – podnecovať túžbu detí po poznaní
     – dosiahnutý stupeň rozvoja myslenia
     – odlišná klíma v triede – radostná, pracovná atmosféra, dobrý pocit z práce
- **genéze poznatku**
  1. translačný (transmitívny) model – učiteľ verí, že poznatok možno prenášať
  2. neverí v prenos. Tvrdí, že poznatok musí v hlave žiaka vzniknúť, vygenerovať sa

Príklad – stredová súmernosť, poznatok – obraz úsečky

1. tradičný spôsob:

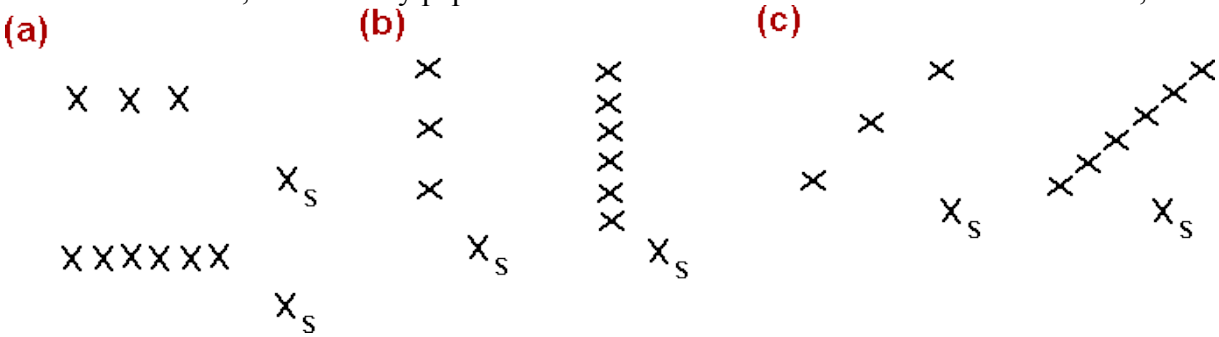
Obraz bodu A v stredovej súmernosti so stredom S zostrojíme tak, že



Obraz úsečky zostrojíme tak, že zostrojíme obrazy jej krajných bodov a spojíme ich

2. rozvíjajúci spôsob:

Skáčeme cez stred, štvorčekový papier – hra. Deti budú sami skákať s krížikmi cez stred, séria úloh



(d) namiesto krížikov nakreslím úsečku – krížikov je toľko, že ich už neviem nakresliť→ objav poznatku

- **diagnostikácia**
  a) tradičný – vie, nevie
  b) rozvíjajúci – aké skúsenosti mu chýbajú, kde došlo k chybe

Komentár k jednotlivým etapám poznávacieho procesu

Častokrát sa nedejú všetky naraz za sebou

1. + 2. etapu môžeme chápať ako propedeutiku (prípravu) – môžeme ich robiť s predstihom pol roka, rok...Keď vieme, že budeme našich šiestakov o rok učiť kombinatoriku, môžeme ich pripravovať na tému malými úlohami

3. etapa môže chýbať – v závislosti od druhu poznatku
4. etapa – **abstrakčný zdvih** –vzácny okamih → potreba zdieľať ho s učiteľom
5. a 6. etapa nemusí byť vždy prítomná

Automatizáciu niektorí učitelia pokladajú za najdôležitejšiu a predchádzajúce etapy za stratu času. Položme si otázku: kedy je automatizácia dôležita?

Keď daný poznatok budeme v budúcnosti často využívať. Ak by sme ho museli znova objavovať, neostal by nám čas ani energia na úlohu, ktorú treba práve riešiť.

Konštruktivizmus

- teória učenia sa (súbor predpokladov a tvrdení o povahe nadobúdania istých zručností a schopností u ľudí)
- metódy vyučovania a teórie ako a čo učiť
- učenie rešpektuje vývinové štádiá
- vyučovanie zamerané na žiaka
- učiteľ je postavený do role pomocníka alebo trénera
- vedomosti sú "konštruované" jedincom samotným, nie sú pasívne získané z prostredia, napriek tomu sú ovplyvnené zmyslovým vnímaním, zvyklosťami a sociálnou skúsenosťou
- korene konštruktivizmu pochádzajú od ľudí ako Dewey, Montessori, Bruner, Vygotsky, najmä však Piaget
- konštruktivizmus vznikol posunom myslenia a názorov na učenie sa z paradigmy (teórie) behaviorismu

Štyri základné východiská konštruktivistickej teórie poznávania:

- Poznanie si „žiaci“ *fyzicky konštruujú* tým, že sa zapájajú (vkladajú) do aktívneho učenia sa.
- Poznanie si „žiaci“ *symbolicky konštruujú* tým, že si vytvárajú svoje vlastné reprezentácie.
- Poznanie si „žiaci“ *sociálne konštruujú* tým, že svoje porozumenie vyjadrujú pred druhými.
- Poznanie si „žiaci“ *teoreticky konštruujú* tým, že sa pokúšajú vysvetliť to, čomu zatiaľ celkom nerozumejú.

Nové trendy s využitím IKT.

Počítače a Internet možno efektívne uplatniť vo všetkých fázach vyučovacieho procesu, pri motivácii, pri opakovaní, pri osvojovaní nového učiva, pri upevňovaní a prehlbovaní, pri preverovaní aj hodnotení žiakov, pri ich domácej príprave.

Výhody používania počítačov a Internetu vo vyučovaní sú najmä:

- individualizácia vyučovania,
- motivácia žiakov,
- objektívnosť hodnotenia žiakov,
- okamžitá spätná väzba,
- možnosť rýchlo a efektívne komunikovať,
- efektívnosť získavania informácií,
- veľké zobrazovacie možnosti,
- automatizácia pracných výpočtov, eliminácia rutinných prác, úspora času.

Prínos informačných a komunikačných technológií (IKT) vo vyučovaní možno zhrnúť takto :

- Počítače vytvárajú deťom spoľahlivé a príťažlivé prostredie pre učenie, je pre nich lákavé a príťažlivé. Dobrý didaktický softvér rešpektuje individuálne požiadavky detí, ich vlastné tempo a úroveň vedomostí.

- Motivácia k učeniu sa prostredníctvom počítača a Internetu je jedným z najväčších prínosov týchto technológií.
- Práca s počítačom dáva deťom možnosť byť úspešnými aj tam, kde predtým neboli a často prežívali stres z neúspechu.
- Prostredníctvom Internetu sa deti dostanú veľmi rýchlo k doteraz nevídane bohatým zdrojom informácií. V tejto súvislosti je nutné žiakov naučiť informácie nielen efektívne vyhľadávať, ale aj triediť a spracovávať. Prostredníctvom textových a grafických editorov sa žiaci môžu naučiť samostatne tvoriť, vytvárať projekty.
- Práca s počítačom a Internetom vytvára žiakom tvorivé prostredie pre rozvoj ich myslenia. Pri práci s PC totiž žiak neustále musí premýšľať, ako čo najefektívnejšie uskutoční svoj zámer a dosiahne svoje predstavy. Rozhodnutia musí vykonať rýchlo a okamžite vie, či sa rozhodol správne. Pri chybnom kroku sa môže vrátiť a premýšľať, kde urobil chybu.
- Ešte jeden argument, vyjadrený slovami istého žiaka, ktorý odpovedal na otázku, prečo je lepšie učiť sa pri počítači: „ Počítač na mňa nekričí, keď neviem a nerobí protekciu. Počítač sa správa ku mne priateľsky a nedáva najavo, že je o niečo viac ako ja.“

b) Kombinatorika. (MS EXCEL, grafický kalkulátor).

kombinatorika - motivačné príklady :

- ježibaba premenila Janka a Marienku na žaby a dala ich do klietky s ostatnými piatimi žabami, máte pomôcť deti odkliať, tak že vyberiete dvojicu žiab, ktoré sú Janko a Marienka. - vytváranie dvojíc z piatich prvkov, treba na to vytvoriť systém, aby sa dvojice neopakovali a na žiadnu sa nezabudlo
- v akom rôznom poradí môže Anička čítať 4 knihy, ktoré si priniesla z knižnice?
- čo majú tieto príklady spoločné a čo rozdielne? (ne)záleží na poradí? (ne)opakujú sa prvky?
- pri malom počte prvkov - metóda vypisovania všetkých možností
- čo ak je prvkov veľa? -> vysvetlenie opodstatnenia kombinatorickych vzorcov; vzorce pre permutácie môžu žiaci odhaliť aj sami
- objav poznatkov a kryštalizácia sa overia na slovných úlohách, ktorým treba porozumieť a vyabstrahovať problém do vzorca
- učebnice – práca s učebnicou

2.

a) Poznávací proces v matematike.

Poznávací Proces

Zmysel výučby v súlade s poznávacím procesom - učiť by sa malo tak, ako sa na dané poznatky prišlo, teda od základov. Častokrát sa to nerobí (napr. kombinatorika). Takto by to malo byť správne:

ETAPY POZNÁVACIEHO PROCESU

1.etapa : MOTIVÁCIA

- dôležitá počas celého procesu, nikdy nezabudnúť, treba vzbudiť záujem o učivo
- treba vytvoriť podnetné prostredie na učenie; napr. obrázky, pomôcky, hlavolamy, hry, nástenka, súťaž v riešení príkladu...

2.etapa : SEPAROVNÉ MODELY

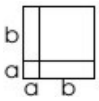
- konkrétne príklady, ktoré sa ľahšie počítajú a sú názorné
- dá sa spojiť s prvou etapou, a robiť príklady zaujímavé - motivačné

3.etapa : UNINVERZÁLNY MODEL

- zovšeobecnenie separovaných modelov do vzorca, algoritmu, postupu, aj konkrétne príklady sa dajú podať zaujímavo
- napr. vzorce pre výpočet koreňov kvadratickej rovnice, algoritmus výpočtu NSD, nsn...

4.etapa : OBJAV POZNATKU

- na niektoré veci dokáže žiak prísť sám, k čomu ho má učiteľ len motivovať, nie mu hneď podať riešenie - škola orientovaná na dieťa
- je väčšia istota, že žiak látku pochopí
- napr. pytagorova veta :
- názornosť + aktivita



5.etapa : KRYŠTALIZÁCIA

- objasnenie, upresnenie poznatkov
- "Kryštalizácia znamená, ako zaradíme nový poznatok do už jestvujúcej štruktúry poznatkov."
- sústavnosť + následnosť
- odhaľujú sa a odstraňujú medzery v poznatkoch
- niektoré témy sa učia celé roky (planimetria)

6.etapa : AUTOMATIZÁCIA

- trvácnosť vedomostí
- nový poznatok sa precvičuje na príkladoch jedného typu, poznatok treba vedieť efektívne použiť, dôkladne zvládnuť pojmy

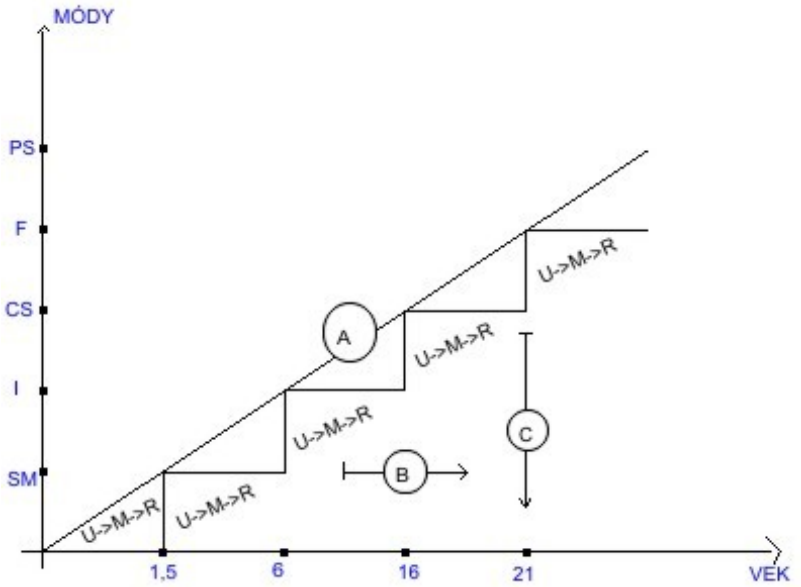
- deformácia poznávacieho procesu - ak sa vynechá niektorá etapa (napr. motivácia, alebo separované modely), poznávací proces je narušený

b) Pravdepodobnosť a štatistika.

3.

a) Vývoj dieťaťa a poznávací proces. Piaget a neopiagetizmus.

HISTÓRIA VÝVOJA



SM = SENZO-MOTORICKÝ MÓD

- vnímanie reálnych objektov okolitého sveta
- vedomosti sú taktilné (dotykové)
- operácie sú reálne s reálnymi objektami

I = IKONICKÝ MÓD

- objekty sú už označenia, rozprávanie
- pomenovanie (mama, tata, lopta) – objekty majú označenia
- vedomosť je intuitívna
- obraz = slovo v hlave označuje predmet, nie je to ešte pojem
- jazyková štruktúra 6-ročných detí už je blízka jazykovej štruktúre dospelých
- operácie so slovami, obrazmi v psychike
- komunikácia s ľuďmi na bežnej úrovni

CS = KONKRÉTNO-SYMBOLICKÝ MÓD

- vedomosť je deklaratívna (popisná)
- operácie sa dejú aj so symbolmi (v škole – mat. symbolika – α, β, ∈, Δ...)
- objekty sú symboly viazané s reálnym svetom
- zo slov, označení sa stávajú pojmy (napr. pojem trojuholník obsahuje rôzne pojmy trojuholníkov)

F = FORMÁLNY MÓD

- objekty = abstraktné pojmy, nemusia mať reálnu interpretáciu (grupa, priestor...)
- od 16-tich rokov už možno dať žiakom jednoduchú teóriu
- vedomosť je teoretická

PS = POSTFORMÁLNY MÓD

- objavy nových vecí

GENETICKÉ TEÓRIE

J. PIAGET - kognitývny vývoj má etapy a začiatok n-tej etapy znamená, že sa (n-1)-vá etapa zanechá
- vývoj psychiky prebieha od narodenia lineárne. (**A**)

NEOPIAGETISTI (**BIGGS, COLLIS**) - kognitývny vývoj má etapy, ale etapy majú hladiny. Etapa sa nekončí, ale funguje s predošlými. Ľudská psychika môže fungovať v rôznych módoch = **multymodálne fungovanie.** (**B**) (**C**)

U→M→R = Uništrukturálna odpoveď (jedným spôsobom), Multištrukturálna odpoveď (jedna otázka, viac odpovedí), Relačná odpoveď (všetky odpovede, vie postihnúť aj vzťahy – relácie).

b) Teória čísel. (JAVA APPLETY).

4.

a) Deformácie poznávacieho procesu v matematike.

Vedomostnú štruktúru v matematike určuje množstvo vzťahov a súvislostí, ktoré sú uvedomené a prepájajú jednotlivé fakty a poznatky.
Formálny poznatok – poznatok, ktorý nie je prepojený s ostatnou vedomostnou štruktúrou, napriek tomu, že by mal byť. Ukladá sa ako pamäťový záznam.

Kritériá neformálnosti poznatku

- **použiteľnosť v praxi**

Formálny poznatok je takmer nepoužiteľný. Veronika nevie vyriešiť úlohu: „Kúpila som 3 čokolády a platila som 36 Sk, koľko stála edna čokoláda?“ Vie to vyriešiť iba pre malé čísla, napr. keď tri čokolády stoja 6Sk a skontroluje si to.

- **neformálny poznatok možno ďalej rozvíjať**

Napr. kto rozumie princípu sčitovania zlomkov, bude vedieť aj sčitovať zmiešané čísla, sám príde na to, ako, podobne aj s odčitovaním.

- ak žiak zistí, že v niektorom jeho poznatku je chyba, sám dokáže túto chybu odstrániť. Napríklad ak si popletie pravidlo o násobení a delení zlomkov, zorientuje sa rýchlo pomocou jednej konkrétnej situácie (dosadením)

Nebezpečenstvo formalizmu je najväčšie tam, kde učivo možno zabaliť do poučiek, vzorcov a šablónových postupov. *Príklad s percentami: žiaci dostali hotové vzorce a boli na klasickej písomke úspešnejší ako žiaci, ktorí svoje poznatky budovali postupne.*
Choroba (nákaza) formalizmu má 4 príčiny:

- v spoločnosti vládne **predsudok**, že hlboko porozumieť matematike môžu iba vyvolení a málo detí má bunky na matematiku;
- preplnenosť matematických osnov – nedostatok času rozvíjať matematické myslenie detí;
- nepripravenosť učiteľov učiť iným spôsobom;
- spôsob kontroly výsledkov vyučovania pomocou stereotypných úloh - stačí iba formálne poznanie.

Deformácia poznávacieho procesu - ak sa vynechá niektorá etapa (napr.motivácia alebo separované modely), poznávací proces je narušený

- najčastejšou príčinou je zanedbanie etáp poznávacieho procesu (separované modely).
  - učiteľ už má predstavu o tom pojme (napr. zlomok)a preto nepovažuje za dôležité priblížiť tento pojem aj žiakom (časová náročnosť).Preto u žiakov vznikajú formálne poznatky.
  - odstránenie formalizmu -doplniť separované modely.
  - diagnostika formalizmu: hoci sa žiakove znalosti javia úplné a bezchybné (počíta,ovláda definície,vety,...), môže byť jeho poznanie značne formálne.

Zisťovanie, či je poznatok formálny:

- objasniť paradox;
- spomenúť si na zabudnutý vzorec;
- aplikovať vzorec v praxi;
- riešiť neštandardné úlohy.

b) Celé čísla. Iracionálne čísla.

5.

a) Význam IKT pri vyučovaní matematiky. Štruktúra vyučovacej hodiny.

Význam IKT pri vyučovaní matematiky.

Prínos informačných a komunikačných technológií (IKT) vo vyučovaní možno zhrnúť takto :

- Počítače vytvárajú deťom spoľahlivé a príťažlivé prostredie pre učenie, je pre nich lákavé a príťažlivé. Dobrý didaktický softvér rešpektuje individuálne požiadavky detí, ich vlastné tempo a úroveň vedomostí.
- Motivácia k učeniu sa prostredníctvom počítača a Internetu je jedným z najväčších prínosov týchto technológií.
- Práca s počítačom dáva deťom možnosť byť úspešnými aj tam, kde predtým neboli a často prežívali stres z neúspechu.
- Prostredníctvom Internetu sa deti dostanú veľmi rýchlo k doteraz nevídane bohatým zdrojom informácií. V tejto súvislosti je nutné žiakov naučiť informácie nielen efektívne vyhľadávať, ale aj triediť a spracovávať. Prostredníctvom textových a grafických editorov sa žiaci môžu naučiť samostatne tvoriť, vytvárať projekty.
- Práca s počítačom a Internetom vytvára žiakom tvorivé prostredie pre rozvoj ich myslenia. Pri práci s PC totiž žiak neustále musí premýšľať, ako čo najefektívnejšie uskutoční svoj zámer a dosiahne svoje predstavy. Rozhodnutia musí vykonať rýchlo a okamžite vie, či sa rozhodol správne. Pri chybnom kroku sa môže vrátiť a premýšľať, kde urobil chybu.
- Ešte jeden argument, vyjadrený slovami istého žiaka, ktorý odpovedal na otázku, prečo je lepšie učiť sa pri počítači: „ Počítač na mňa nekričí, keď neviem a nerobí protekciu. Počítač sa správa ku mne priateľsky a nedáva najavo, že je o niečo viac ako ja.“

Počítače a Internet možno efektívne uplatniť vo všetkých fázach vyučovacieho procesu, pri motivácii, pri opakovaní, pri osvojovaní nového učiva, pri upevňovaní a prehlbovaní, pri preverovaní aj hodnotení žiakov, pri ich domácej príprave.

Výhody používania počítačov a Internetu vo vyučovaní sú najmä:
- individualizácia vyučovania,
- motivácia žiakov,
- objektívnosť hodnotenia žiakov,
- okamžitá spätná väzba,
- možnosť rýchlo a efektívne komunikovať,
- efektívnosť získavania informácií,
- veľké zobrazovacie možnosti,
- automatizácia pracných výpočtov, eliminácia rutinných prác, úspora času.

Môžeme využívať:

- java aplety
- softvér Cabri
- kresliče funkcií
- excel
- internet
- rôzny softvér a aplikácie zadarmo stiahnuteľné z internetu

Štruktúra vyučovacej hodiny.

Základom organizácie vyučovacieho procesu je ***triednohodinový systém*** založený pred viac ako 300 rokmi.
Štrukturálne prvky v štruktúre procesu vyučovanie matematiky:
- zopakovanie predtým prebratého učiva
- previerka výsledkov predchádzajúcej DU žiakov
- oboznámenie s učebnou látkou novej témy
- utvrdenie novej témy
- riešenie úloh (precvičovanie, opakovanie)
- riešenie úloh (žiaci), kontrola, hodnotenie a klasifikácia vedomostí a zručností žiakov
- zadanie DU

Typy vyučovacích hodín:
1) hodina začiatočného osvojenia nových vedomostí: - najčastejšia
   a) hodina získavania vedomostí – nová látka, vysvetlenie, oboznámenie sa s novými vedomosťami, overenie, či vedia, čo k tomu treba
   b) kombinovaná hodina – kontrola DU aj nové učivo aj skúšanie
2) hodina formovania schopností a návykov v uplatňovaní vedomostí
3) hodina celkového upevnenia vedomostí formou zhrňujúceho opakovania
4) hodina praktických prác z matematiky
5) hodina celkovej kontroly a evidencie vedomostí a návykov (písomky)

– ďalším typom je hodina samostatnej práce a cvičná hodina

b) Zlomky, percentá.

6.

a) Interakcia učiteľ – žiak. (Dialogická interakcia, prístupová stratégia, odvetná stratégia). Diferenciácia a individuálny prístup pri vyučovaní.

INTERAKCIA UČITEĽ – ŽIAK

Kudriavcev: „Učiteľ, ktorý neverí, že môže žiaka zlepšiť, nemá už normálne právo učiť ho."
Úlohou učiteľa je naučiť, ale ešte dôležitejšie je formovanie osobnosti žiaka. Cieľom práce učiteľa sú kvalitatívne zmeny psychiky žiaka.
Kritéria, ktorými je tento proces hodnotený súd sú:

- sebadôvera žiaka vo vlastné schopnosti myslenia
- túžba žiaka po poznávaní
- dosiahnutý stupeň rozvoja myslenia

Veľmi dôležitý je dobrý citový vzťah učiteľa a žiaka. Je daný vnútornou motiváciou žiaka, rozporom medzi jeho vedomosťami a túžbou vedieť viac. Zlý citový vzťah pramení z: nátlakovej situácie. Učiteľ a žiaci stupujú do interakcie s istou stratégiou. Budeme ju volať prístupová stratégia učiteľa a odvetná stratégia žiaka (triedy).

Dve základné typy prístupovej stratégie sú:

- postojová (zlá)
- dialogická

Učiteľ, ktorý volí postojovú stratégiu najprv etiketuje žiakov nálepkami: usilovný, drzý,.... Potom na základe vlastných skúseností a názorov kolegov si učiteľ urobí systém tiež, ako v jednotlivých situáciách postupovať a konečne realizáciusvojho pedagogického programu svojho prostriedkami.

Charakteristickými črtami dialektickej stratégie sú:

- zosúladená motivácia
- pernamentný dialóg
- spoločná radosť oboch interagujúcich strán.

Podstatu dialektickej situácie tvoria hlavné dve zásady:

1. žiakovo negatívne správanie neposudzujte vzťahovačne, ale hľadajte jeho príčinu
2. pri interakcií so žiakom majte stále na pamäti, že štruktúra jeho životných, citových i rozumových skúseností je iná ako vaša.

Osobnosť učiteľa je veľmi dôležitá, lebo obľúbenosť učiteľa súvisí s obľúbenosťou predmetu!
Veľmi dôležitá je odborná pripravenosť učiteľa na hodinu. Tá pomáha učiteľovi získať si prirodzenú autoritu.
V matematike musí byť zohľadnená náročnosť predmetu.

Učiteľ musí mať vlastné presvedčenie, že robí svoju prácu rád a dobre. Ďalej je dôležité výchovné pôsobenie učiteľa matematiky. Je dôležitý aj osobný vzťah učiteľa k žiakom – > učiteľ nemá mať vopred predsudky voči žiakom.

Veľmi dôležité je, aby učiteľ matematiky pestoval sebadôveru žiakom. Učiteľ nemá zaujať postojovú stratégiu.

UČITEĽ NESMIE ZABUDNÚŤ POVZBUDZOVAŤ ZVEDAVOSŤ ŽIAKOV.

DIFERENCIÁCIA A INDIVIDUÁLNY PRÍSTUP VO VYUČOVANÍ

Ľudia sa líšia mnohými telesnými i duševnými vlastnosťami. Každý jedinec je osobnosť sama o sebe. Pri výchove a vzdelávaní treba prihliadať na tieto odlišnosti a pristupovať k žiakom diferencovane. Podstatou diferencovaného vyučovanie je, že sa žiaci zoskupujú podľa určitých kritérií, aby bol vyučovací proces čo najefektívnejší.
Diferencovať môžeme podľa: škôl, tried, skupín, veku, pohlavia, prospechu, záujmu, schopností, nadania.
Diferenciácia môže byť:

a) Vonkajšia: prostredníctvom typov škôl a tried, napr. 8-ročné gymnázia pre nadaných žiakov z oblasti matematiky, jazykov, ... rôzne stredné školy, napr. súkromné a pod.
b) Vnútorná: vrámci jednej triedy

Ak učiteľ pristupuje k žiakom diferencovane, má k dispozícii tieto prostriedky:
Môže:

- meniť počet úloh zadávaných žiakom
- meniť zložitosť alebo náročnosť úloh
- meniť stupeň pomoci žiakom pri riešení úloh (kalkulačky, tabuľky, ...)
- meniť metódu a formu práce žiakov
- adekvátne využiť učebné pomôcky a materiály
- meniť uvedené prostriedky, zlučovať a kombinovať ich

Slabší žiaci: induktívne osvojovanie učiva (zovšeobecňovanie), názornejšie, viac cvičení a opakovaní.
Schopnejší žiaci: osvojujú si učivo aj deduktívne, vo všeobecnejšej podobe. Stačí im stručný návod, dokážu pracovať samostatne.
Učiteľ zostavuje úlohy – ťažké, priemerné, ľahké. Tieto úlohy alebo pridelí skupinám žiakov, alebo jednotliví žiaci, či skupiny žiakov si sami zvolia tie úlohy, na ktoré si trúfajú.
//simulácia hodiny – opakovanie, kontrola DU, rozcvička//

b) Základy planimetrie (rovinné útvary, uhly v mnohouholníkoch, kružniciach, množiny všetkých bodov s danou vlastnosťou). (CABRI GEOMETRY).

7.

a) Skúšanie, hodnotenie, klasifikácia, pedagogická diagnostika.

- história hodnotenia:
  - trestanie;
  - sedeli podľa toho, ako prospievali;
  - jezuiti - „somárske" lavice, odstránili telesné tresty, výchova k donášaniu;
  - 16. stor. - začiatok známkovania;
  - Komenský: vynechal hodnotenie, poznať žiakov.
- hodnotenie

a) dovnútra (pre žiaka, rodiča);
b) von (pre zamestnávateľa, štát),

- hodnotenie

1) explicitne (priamo známkou);
2) implicitne (či si ho všíma, ako reaguje na nedostatky/úspechy).

- pozitíva:

žiak sa dozvie, čo si o jeho vedomostiach myslí učiteľ;
diferenciácia (zamestnanie);
udržanie disciplíny;
povzbudivé pôsobenie na žiaka.

- negatíva:

produkuje úspešných a neúspešných;
zaškatuľkovanie;
subjektívne;
ak je prísne, kazí klímu v triede;
rodičom nejde o vedomosti, ale o známky.

- skúšanie pri tabuli: ak sa skúša pri tabuli, môže sa pomáhať (aj slabší žiak môže podať výkon);

negatíva: subjektívne; odpovede ovplyvňuje spôsob kladenia otázok; časovo náročné; nerovnaké podmienky pre všetkých.

- spôsoby hodnotenia:
  1. čo nevedel;
  2. čo vedel,
- bodovanie.
- iné druhy hodnotenia.
- pedagogická diagnostika:
  1. nie kvôli známkovaniu;
  2. účel - nie hodnotiaci, ale na získanie spätnej väzby.

PEDAGOGICKÁ DIAGNOSTIKA

diagnostikovanie – poznávanie žiaka
-analógia s návštevou u lekára

ÚČEL PRÍČINA	KTO	KOHO	AKO *(anamnéza)*	VÝSLEDOK *(diagnóza)*	OPATRENIE *(liečba, terapia)*	PROGNÓZA
zistenie stavu rozvoja žiaka, úrovne triedy…	pedagóg, učiteľ, výchovný poradca	žiak, trieda	rozhovor, dotazník, pozorovanie, experiment	nález	ako postupovať ďalej, čo zmeniť, plán vyučovania	vypracovať predpoklady budúceho rozvoja, vyvarovať sa pri tom negatívneho hodnotenia

Pedagogická diagnostika znamená vednú disciplínu, zaoberajúcu sa otázkami diagnostikovania vo výchovno-vzdelávacom prostredí. Je to teória diagnostikovania. Táto teória vymedzuje predmet, stratégie, postupy a metódy diagnostikovania a vzťah tejto disciplíny k ostatným pedagogickým disciplínam.
Diagnostikovanie je súbor činností, ktoré prebiehajú pri určovaní diagnózy, počnúc zámerom niečo diagnostikovať až po vyslovenie diagnostického nálezu. Teda pedagogické diagnostikovanie je zisťovanie, identifikovanie, charakteristikovanie a hodnotenie úrovne žiaka ako výsledku výchovno-vzdelávacieho pôsobenia.

Prípady diagnostikovania:

1. preberá sa nová látka, učiteľ dbá na spätnú väzbu = ešte počas hodiny zisťuje, ako žiaci chápu a hneď robí opatrenia (zrýchľuje, spomaľuje výklad...)
2. žiaci už majú osvojený tématický celok, učiteľ zisťuje, ako ho pochopili = písomka
3. učiteľ je zvedavý na domáce prostredie = rozpráva sa s rodičmi (na ZRPŠ alebo si ich zavolá do školy), so žiakom o situácii doma
4. žiak má nejaký problém, zisťuje príčinu, môže poslať k školskému psychológovi
5. študent sa hlási na SŠ, VŠ, podľa výsledkov z prijímacích pohovorov sa stanoví prognóza, ako bude úspešný v štúdiu

6. učiteľ sa zaujíma o vzťahy v triede (má novú triedu) = sociometrálna metóda (otázky: keby si šiel na opustený ostrov, koho z triedy by si vzal so sebou?...)

metodologické pravidlá diagnostikovania:

- *etiologické hľadisko* – nezaujíma nás len momentálny stav, ale aj príčina
- *komplexné hľadisko* – na každý prípad sa treba pozerať z rôznych uhlov pohľadu
- *spolupráca viacerých diagnostikov*
- *hľadisko longitudinálneho (dlhodobého) diagnostikovania* – nemôžeme stanoviť diagnózu len z jedného momentu
- *hľadisko individuálneho prístupu k diagnostikovanej osobe* – rešpektovať rozdiely osobnosti

implicitné a explicitné diagnostikovanie:

- *implicitné* – typické u učiteľa, spontánne pri vyučovaní (pr. 1)
- *explicitné* – odlišné od bežného vyučovania (pr. 2,4,5,6)

prístupy pri diagnostikovaní:

- *edumetrický* – vychádza z predpokladu, že všetci ľudia majú v podstate rovnaké dispozície, len sú rôzne vyvinuté a v rôznych kombináciách, a tieto rozdiely sa dajú merať (pr. 2) *(Hrabal)*
- *kazuistický* – najčastejšou metódou je rozhovor, je prístupnejší, zohľadňuje rozdiely žiakov, od prípadu k prípadu (pr. 1,3,4)

Postup diagnostikovania:

2. plánovanie diagnostikovania – kedy, prečo, ako často
3. voľba diagnostickej formy (vstupné, priebežné alebo výstupné diagnostikovanie)
4. voľba, spôsob diagnostikovania
5. stanovenie diagnostickej hypotézy
6. vlastné diagnostikovanie – triedenie údajov a pod.
7. interpretácia diagnostických údajov a stanovenie diagnózy
8. oznámenie diagnózy partnerom (poradcom, učiteľom, rodičom,...)
9. uskutočnenie post-diagnostických rozhodnutí
10. vyslovenie prognóz o žiakovi
11. ďalšie štúdium diagnostiky
12. diagnostická sebareflexia – schopnosť hodnotiť svoje diagnostické schopnosti

Rozdiel medzi pedagogickým diagnostikovaním a pedagogickým výskumom (tu len overujeme ničo, nemusí sa to podariť).

b) Geometrické zobrazenia v rovine. (CABRI GEOMETRY).

8.

a) Príprava a hodnotenie písomnej skúšky z matematiky.

PÍSOMNÁ SKÚŠKA Z MATEMATIKY

Druhy písomiek:

1. tematická písomka } hodnotiace
2. výstupná písomka (na konci roka) } hodnotiace
3. diagnostická – na zistenie medzier
4. učiaca
5. špeciálna (bleskovky, päťminútovky)

Význam písomky:

- často rozhoduje v živote schopnosť pripraviť sa na daný okamih
- rozvíja samostatnosť, samostatnú prácu
- má výhody pred ústnym skúšaním

Ako zostaviť písomku:

ŠPECIFIKAČNÁ TABUĽKA

Pojmy	**Fakty**	**Postupy**
Deklarácia (popis)	Deklarácia	Deklarácia
Učebnicové príklady	Učebnicové príklady	Učebnicové príklady
Neštandardné pr. 1. typu (ťažšie príklady, hviezdičkové)	Neštandardné pr. 1. typu (ťažšie príklady, hviezdičkové)	Neštandardné pr. 1. typu (ťažšie príklady, hviezdičkové)
Neštandardné pr. 2. typu (úlohy z olympiád, ...)	Neštandardné pr. 2. typu (úlohy z olympiád, ...)	Neštandardné pr. 2. typu (úlohy z olympiád, ...)

Kontext úlohy:

c) <u>matematický</u> – napr.: Určte uhol telesových uhlopriečok kvádra ak je dané ....
V pravouhlom štvorstene určte uhol mimobežných priamok.
Ktoré z čísel od 20 do 50 sú prvočísla.

d) <u>nematematický</u> – prevažne slovné úlohy
napr.: Žiaci dostali do triedy 204 kníh a 255 zošitov, každý žiak mal dostať rovnaký počet kníh a rovnaký počet zošitov. Koľko je v triede žiakov?

e) <u>bezkontextová úloha</u> – úlohy začínajúce sa: určte, upravte, zjednodušte ...
napr.: Sú dané priamky a, b určte ich uhol.

b) Rovnice a nerovnice, sústavy. (DERIVE, grafický kalkulátor).

9.

a) Prirodzené čísla. Fylogenéza a ontogenéza.

<u>Fylogenéza a ontogenéza prirodzených čísel</u>

Prirodzené čísla používame v **rôznych významoch**

- **mnohosť** – koľko toho je, o koľko je to viac alebo menej, niečoho je viac, iného menej
- **adresa –** používanie prirodzených čísel na označenie; Laurinská 21, PSČ, električka č.5, bod na číselnej osi označený 13
- **operátor** –niečoho je 3x viac, o 40 menej...

Prístup k N:

Ktorých guličiek je viac?
Treba počítať po jednej – **ordinálny prístup** (sukcesia)

Ktorých čiarok je viac?
Netreba počítať po jednej – **kardinálny prístup** (gestalt)

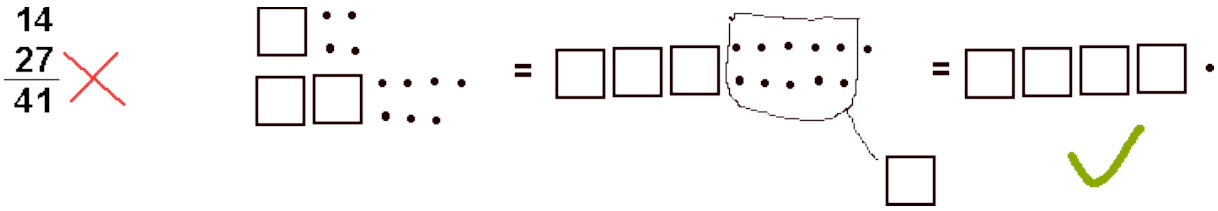
Zo začiatku majú deti ordinálny prístup, neskôr kardinálny.

Majka si dlho počítala na prstoch, keď sa chcela presvedčiť, že niečoho je napr. 7, napr. 3 + 4 = 7.Až po dlhšom čase, aj to nie vždy, použila fintu, že na jednej ruke je 5 prstov.
Obe časti sa musia rozvíjať.

Používanie a počítanie s N:

Na 2. stupni ZŠ majú ešte niektorí žiaci problém so sčítaním 2-ciferných čísel. Môže to byť spôsobené tým, že sa príliš skoro naučili algoritmus spočítavania čísel pod sebou a nedostatočná pozornosť sa venovala prechodu cez desiatku.
Najskôr by mali žiaci získať veľmi veľa skúsenosti so spočítavaním pomocou tohto princípu:

Príklad: 14 + 27 =



Pri sčitovaní viacciferných čísel je už krabičkový spôsob nešikovný.
Záver: mali by sme ovládať algoritmické postupy a rozumieť im. Učiteľ musí nájsť vhodnú mieru porozumenia:

- rozumné využívanie kalkulačiek, pestovať zmysel pre odhad, pre výhodné počítanie spamäti

b) Definícia a základné vlastnosti funkcií. (DERIVE, grafický kalkulátor, CABRI GEOMETRY).

10.

a) Pojmotvorný proces. Didaktická analýza pojmu.

Pojem je niečo dané definíciou, majúce hotový, historicky utvorený význam. Pojem možno definovať viacerými spôsobmi:

- intenzívne, t.j. stanovením definujúcich vlastností a podmienok
- extenzívne, t.j. vymenovaním členov a nečlenov

Pojmy sa vo vedomí nevytvárajú izolovane, ale štrukturovane v zložitých sémantických sieťach, vo vzťahoch.

Vzťah – vlastnosti, súvislosti – možno ho obvykle vysloviť v matematickej vete

Sieť pojmov a vzťahov vytvára pojmovú štruktúru. Čím bohatšie sú pojmy poprepájané, tým stabilnejšiu pamäťovú štruktúru vytvára. V bohatej štruktúre môže byť „vyblednutie" nejakej väzby ľahko oživené (napr. pojem tupouhlého trojuholníka – trojuholník nemôže mať 2 ani 3 tupé uhly → bude to trojuholník s jedným tupým uhlom).

Naučiť sa nový pojem znamená pridať nový uzol a spolu s ním aj nové súvislosti do jestvujúcej pojmovej štruktúry. Ak je uzol osamotený (pamäťový záznam), asi sa dlho v mysli neudrží ani ľahko neobnoví.

Etapy pojmotvorného procesu

- **synkretická etapa** - z množstva zážitkov sa vyčleňujú také, ktoré sú asociované s budúcim pojmom. Nediferencovalo sa ešte v predstave, ani v činnosti, ani v slovníku. Napr. koleso, pomaranč, hruška, lopta
- etapa **predmetných predstáv** – pojem sa postupne prediferencúváva, ale ostáva viazaný na konkrétne javy reality. Manipulácia s pojmom je predmetná. Dochádza k postupnej kondenzácii a gradualizácii pojmu, dieťa objavuje prototypy – príklady, ktoré daný pojem vystihujú najlepšie. Vznikajú skupinky (dvojrozmerné, trojrozmerné), v rámci skupiniek ďalšia hierarchia (jabĺčko je guľatejšie ako hruška, koliesko odtlačené pohárom je krajšie ako vyryté paličkou)
  Prototypy – tanier, lopta, neskôr kružnica nakreslená kružidlom.

Na konci tejto etapy sa rodia „osobnosti" pojmu - kružnica nakreslená kružidlom existuje už sama osebe, nie je to krúžok, ktorý treba dokresliť na slniečko, tváričku či autíčko.

- **etapa väzieb** – skúma sa správanie sa osobnosti – vynárajú sa pritom ďalšie pojmy – najprv ako sprievodcovia, neskôr ako nové osobnosti (stred, polomer...). Z hľadiska školskej matematiky sa jedná o najdôležitejšiu etapu – pridávajú sa nové väzby a uzly do pojmovej štruktúry, stáva sa stabilnejšou. V tejto etape by mal učiteľ používať rozvinutejšie psychologické aktivity ako napr. pozorovanie a skúšanie správania pojmu. V literatúre tiež uvedená etapa intuitívno-abstraktných predstáv – pojem sa stáva prvkom rodiacich sa idealizovaných a abstraktných predstáv.Manuálne operácie sú postupne nahradzované myšlienkami.
- **reifikácia pojmu** – okamih, keď celá štruktúra týkajúca sa pojmu začne fungovať ako celok.

Príklady pojmotvorného procesu

Desatinné číslo

3. etapa 2,40 Sk; 3 m 26 cm; teplota 37.8º, 10 l beny9nu na pumpe
4. etapa – buduje sa pojem desatinného čísla cez desatinné zlomky. 1/100, 1/10...
   Prototypy 3,70 Sk; 6.245 kg; 0.5 l kofoly aj desatinné číslo ako také
5. etapa – skúma sa správanie a vlastnosti desatinného čísla:

- Veľkosť desatinného čísla – kognitívny konflikt - dĺžka čísla – počet cifier - neurčuje jeho veľkosť (0.7>0.645), dieťa zisťuje, čo sa deje pri sčítaní, odčítaní, ako sa správa desatinné číslo vzhľadom na doteraz známe sčitovanie prirodzených čísel.
  - Pri násobení a delení – kognitívny konflikt – násobením 2 čísel vzniká menšie číslo

0.7x0.5=0.35

1. Pri počítaní obsahov a objemov, premieňaní jednotiek už nie je cieľom práca s desatinným číslom, ale posilňuje sa pojmová štruktúra desatinného čísla.
    - Pri zavádzaní racionálnych a iracionálnych čísel...čísla s peridockým desatinným rozvojom – deťom netreba hovoriť, že to vlastne nie sú desatinné čísla, ale desatinné rozvoje

Obdĺžnik

1. etapa – stôl, okno, list papiera
2. etapa – obdĺžnikový tvar – kocka, kváder, obdĺžnik v zošite, ihrisko, pieskovisko

Prototyp:

6. typický obdĺžnik
7. netypické obdĺžniky – štvorec, šikmo postavený obdĺžnik...
8. diferenciácia – rozlišuje sa obdĺžnik a kváder ("tenký" kváder považuje za obdĺžnik)

3. etapa – správanie sa osobnosti, jej vlastnosti:

- stačí poznať veľkosť 2 strán
- obsah a obvod obdĺžnika – rôzne obdĺžniky môžu mať rovnaký obsah (obvod)
- vlastnosti: uhlopriečky, stred, osi súmernosti – ďalšie osobnosti

Učiteľ:

Vrchol je spoločný bod dvoch susedných strán. Strana je úsečka spájejúca 2 susedné vrcholy.

Učiteľ si myslí, že definuje pojmy vrchol a strana, dieťa sa však práve dozvedá, že bod môže byť aj ... a úsečka ... v novom kontexte.
Pekný spôsob zahustenia pojmovej štruktúry – napíšte čo najviac definícií obdĺžnika (stredovosúmerný štvoruholník, ktorý má aspoň 1 uhol pravý...)

Porozumenie matematickému pojmu

Dieťaťu nemôžeme vravieť, že pojmu nerozumie, ale že tvar jeho porozumenia je taký, že toto miesto je dobré, toto slabé.
Každý človek má oblasti, v ktorých sú jeho skúsenosti bohatšie ako u iných – ten, kto študuje funkciu reálnej premennej, môže vedieť o funkciách tohto typu veľmi veľa, no nebude asi vedieť veľa o funkcii komplexnej premennej.
V mysli ostáva všetko, čo sa tam niekedy dostalo, teda aj nepsrávne veci. Ak ste mali chybnú predstavu a opravia vás, vznikne ďalší spoj, ale nesprávny sa nevymaže.
Netreba preto podceňovať ukazovanie množstva dobrých príkladov pre daný pojem. Nie je dobré deťom hneď na začiatku ukazovať, čo do daného pojmu nepatrí.

b) Goniometrické funkcie. (DERIVE, grafický kalkulátor, CABRI GEOMETRY).

11.

a) Matematické poznanie z historického hľadiska (paralela fylogenézy a ontogenézy matematického poznania).

Fylogenéza a ontogenéza matematického myslenia

Rast stromu matematických znalostí v hlave jedného človeka v určitej miere opakuje históriu rozvoja tejto vedy. Kritéria matematického a predmatematického myslenia vypozorované v histórii sú dobre použiteľné aj pre hodnotenie úrovne myslenia žiaka.

Doba	Sumer, Babylon, Egypt	Grécko, Arabi, Európa
motivácia matematického myslenia	potreby praxe: stavby, účtovníctvo, kalendár, navigácia; mágia	navyše: túžba vysvetliť príčiny javov; problémy vznikajúce vnútri matematiky
otázka	Ako? ...vymerať, zostrojiť	Prečo?...je to tak a tak
systém práce	experimentovanie typu pokus – omyl; pozorovanie	cieľavedomé získavanie skúseností a ich triedenie
nástroj	ruka a pamäť; trpezlivosť	uvažovanie, použitie kauzality
predstavy	predmetné, konkrétne	idealizované objekty
klíma objavu	mystická; objav = vnuknutie = dar bohov	logická; objav je dôsledok cieľavedomej práce človeka
kritérium pravdivosti poznania	náboženská viera; o vnuknutí nemožno pochybovať; približný súhlas poznania s výsledkami praxe	logická vyvoditeľnosť poznatkov z evidentných právd; skĺbenie poznatkov do štruktúry = harmónie; súhlas s praxou
výsledky	náhodilé a mozaikovité	systematizované a hierarchizované
miera náročnosti	dĺžka návodu, v ktorom je poznatok uskladnený	úroveň abstrakcie použitých pojmov a myšlienok
učenie sa, vyučovanie	častým opakovaním sa žiak učí imitovať učiteľa	učiteľ motivuje a usmerňuje samostatnú prácu žiaka

Fylogenéza pojmu funkcia

c) človek si uvedomuje a (diskrétne) eviduje funkčné závislosti vo svete. V babylonských daňových predpisoch nachádzame daň z poľa = výmer poľa x koeficient
d) evidované údaje vie využiť na plánovanie vlastnej činnosti a predpovedanie dejov v prírode (predpoveď zatmenia Slnka, pohyby hviezd)
e) vytvára tabuľky niektorých funkcií (Hippias, Archimedes)
f) Gréci si uvedomujú problém diskrétne – spojité a rozpracúvajú ho v geometrickom jazyku kriviek (krivky vzniknuté spojitým pohybom bodu)
g) Objektom výskumu sa stávajú konkrétne krivky.
h) Arab al-Birúní začína študovať krivku všeobecne (stredovek).
i) Scholastika nastoľuje otázku funkčnej závislosti ako problém filozoficko – matematikcý, snaží sa o geometrické modelovanie pohybu.
j) Descartes a Fermat študuú krivky pomocou analytického aparátu.
k) Newton a Leibniz analyzujú zápis y=f(x) ako samostatný objekt, rozprácúvajú sa pracovné metódy ako substitúcia, vyjadrenie funkcie pomocou mocninného radu a pod.
l) Bernoulli definuje funkciu analyticky bez geometrie a fyziky.
m) Taylor a Gregory rozpracúvajú univerzálnu metódu rozvoja funkcie do mocninného radu
n) Euler v polovici 18.storočia kladie pojem funkcie do stredu analýzy.
o) V 19.storočí sa funkcia zovšeobecňuje na zobrazenie medzi množinami.

Ontogenéza pojmu funkcia

Najskôr si dieťa na základe skúseností vytvára predstavu kvantitatívnych väzieb kauzálnych javov.

Napríklad zošľapnutie plynového pedála mení rýchlosť auta, kohútikom regulujem prúd vody a pod. Neskôr začína žiak intuitívne používať skúsenosti na riešenie niektorých problémov. Na strednej škole si osvojuje systematickú prácu s funkciami.
Je dôležité nezanedbávať vonkajšiu stránku štúdia funkcií – využitie funkcií na modelovanie rôznych javov matematiky, fyziky, ekonómie a pod.

b) Elementárne funkcie (bez goniometrických). (DERIVE, grafický kalkulátor, CABRI GEOMETRY).

12.

a) Logika, množiny, jazyk matematiky, symbolika.

JAZYK MATEMATIKY AKO METODICKÝ PROBLÉM

Môžu nastať problémy:

- slovám či znakom je priradená chybná predstava uhol je najväčší, lebo má najväčší oblúčik
- slovám či znakom nie je priradená žiadna predstava (žiak nevie, ako vyzerá ?)
- myšlienkam a predstavám chýba jazykové vyjadrenie (napr. aj pri objavoch: Newton nevedel sformulovať pojem limity)

Ak učiteľov jazyk presnosťou príliš predbehne úroveň myslenia žiakov, stane sa žiakom nezrozumiteľný a vedie ich k formalizmu a verbalizmu. Ak je presnosť jazyka pod úrovňou myslenia žiakov, pôsobí deformujúco, nielen na kultiváciu matematického jazyka žiakov, ale na celú kognitívnu štruktúru. Z toho vidíme, že relatívnosť presnosti jazyka kladie pred učiteľa dve otázky, a to akú mieru presnosti jazyka zvoliť a akú mieru nepresnosti tolerovať žiakom.

•Jazyk matematiky: (jazyk -ľub. systém znakov, prostredníctvom ktorých sa uskutočňuje myslenie a komunikácia)
•Fylogenéza:

1) kamene, ktorými človek evidoval počet;
2) jazyk receptov;
3) jazyk geometrie;
4) jazyk algebraických výrazov;
5) jazyk premennej veličiny;
6) jazyk analitickej geometrie;
7) jazyk teórie množín.

•genéza symboliky:

- Matematická symbolika vznikala pomaly.
- Tendencie -ekonomizácia (XIX), -štruktualizácia (19).
- Počas vývinu sa symbolika pridržiavala geometrie.
- Po nástupe odmocniny -» zbavenie geometrie.

•genéza terminológie:

- Odráža vývoj mat. myslenia.
- Proces: diferenciácie, precizácie, abstrakcie.
- Pojem: eutheia - rovinná čiara (priamka, polpriamka ,úsečka).

LOGIKA

Podľa Leontieva logické zákony predstavujú zovšeobecnený obraz tých objektívnych vzťahov spoločnosti, ktorým sa podriaďuje a ktoré vyvoláva praktická činnosť. Vo fylogenéze sa proces vzniku logických schém odohráva v dobe predhistorickej, v ontogenéze prebieha v predškolskom veku. Je zaujímavé hľadať prejavy logického myslenia v ľudovej slovesnosti a v umeleckej literatúre – príslovia a porekadlá... Nedostatky spontánnej logiky sa objavili (prejavili) v 3. st. pnl v dvoch smeroch:

- ***eleati*** postavili do protirečenia zdravý rozum s evidenciou zmyslovou. Filozof Zeon vymyslel asi 40 aporií (napr. Achilles a korytnačka)
- ***sofisti*** postavili do protirečenia rozum so sebou samým. Zakladateľ hnutia bol Protagoras z Abdér

Dovtedajší záujem filozofie o svet vecí zmenil na záujem o človeka. Hierarchiu hodnôt neurčujú bohovia ale ľudia. Pravdu má ten, kto dokáže o svojom názore presvedčiť iných. (či na trhu, súde...) Sofisti priniesli do gréckeho myslenia spochybnenie autorít a zdôraznenie vlastného rozumu. Boli propagátormi a popularizátormi vedy, ale oproti týmto pozitívam stojí aj nízky cieľ osobného prospechárstva, snahy zneužiť schopnosti myslenia a rečníctva. Preto Aristoteles nazval sofistov učiteľmi zdanlivej múdrosti.

Sofistikou dnes rozumieme vedomé používanie chybnej argumentácie a nepresných výrazových prostriedkov.
Príklad sofizmov: „sme v dome a nie v koryte, teda sme niekde inde, ale keď sme inde, nemôžeme byť tu".

Aristoteles z Stageiry, zakladateľ logiky, chápe novú disciplínu ako metódu správneho vedenia rozumu.
Chrbticou Aristotelovej logiky je sylogizmus – nástroj, pomocou ktorého z dvoch neznámych právd – premís, možno získať novú pravdu – záver.

Ak sa pripustí jeden nezmysel, ostatné vyplýva z neho.
Chyby, čo boli: A=>B (A)'=>(B)'
A=>B B=>A

Pred 40timi rokmi 20teho storočia sa učila logika na strednej škole ako súčasť filozofie. Bola Aristotelovsky orientovaná na obsah a rozsah pojmu, druhy súdov a sylogizmus. Modernizácia pojala logiku ako súčasť matematiky a zdôraznila v nej výrokový a predikátový kalkul. Spoločným nedostatkom oboch koncepcií je ich malá spätosť so životom. Miera, ktorou toto učivo prispieva k logickému mysleniu žiakov, nezávisí od konkrétneho učiva, ale od spôsobu, akým to učiteľ predkladá žiakom. Treba to viac spájať s konkrétnym životom.

b) Trigonometria. (DERIVE, grafický kalkulátor, CABRI GEOMETRY).

13.

a) Argumentácia, dôkaz.

Mišo a Fero debatujú. Zrazu Mišo povie čosi, čo mu Fero neverí. Mišo chce Fera presvedčiť o svojej pravde (tvrdení A). Má na to viac možností. Môže to spraviť

- odvolaním sa na autoritu,
- uvedením faktov, výrokov, ktoré Fero uznáva ako pravdivé a ktoré sú postačujúce pre pravdivosť A (**dedukcia**)
- uvedie dôsledky A, ktoré Fero považuje za pravdivé, pravdivosť ktorých však nie je postačujúca pre pravdivosť A (**reduktívny úsudok**)
- verifikuje pravdivosť A v niektorých prípadoch a z toho usudzuje, že A platí (**indukcia**)
- uvedie fakty a výroky, ktoré Fero považuje za správne a ktoré sú v nejakom, ale nie deduktívnom vzťahu l pravdivosti A (**analógie, pravdepodobnostné výpovede**)

V matematike používame iba argumentáciu **dedukciou**. V prírodných vedách sa však bežne uplatňuje reduktívny úsudok: vyslovím nejakú hypotézu, zvážim jej dôsledky, tie, ktoré sa dajú overiť, overím. Ak tieto dôsledky naozaj platia, moja viera v platnosť hypotézy sa posilní. Čím viac takýchto dôsledkov nájdem, tým sa hypotéza ukazuje presvedčivejšia.
Dokázať v matematickom zmysle to neviem, ľahšie je nájsť kontrapríklad, ukázať, že dôsledok neplatí.
Induktívny úsudok: keď experimentálne overím pravdivosť hypotézy o niektorých reprezentantov.

Fylogenéza argumentácie

V predmatematickom období kritérium pravdivosti bola náboženská viera,o vnuknutí nemožno pochybovať, približný súhlas poznania s výsledkami praxe.
V matematickom období: logická vyvoditeľnosť poznatkov z evidentných právd.
V období rozvoja techniky sa aj argumentácia spresnila a stala sa nevyhnutnou súčasťou matematiky. Dokazovanie bolo skôr objasňovanie.

Ontogenéza argumentácie

- **predargumentačná úroveň** – má štatistický,nedeterministický charakter
- **argumentácia konkrétnymi príkladmi** – učí sa na konkrétnych veciach =>sa to zovšeobecní
- **argumentácia predmetným reprezentantom** – rozstrihaný trojuholník (sukcesia – odmeriam, sčítam; gestalt – rozstrihám trojuholník a položím vedľa seba). Gestaltovské chápanie je užitočné iba pre toho, kto má dostatočnú zásobu sukcesívnych zážitkov, inak dôjde k formálnemu poznatku.)
- **lokálny dôkaz** – najbežnejšia argumentácia na SŠ,ale z hľadiska novej správnosti tento dôkaz nemôže byť niekedy celkom dokonalý, vždy voči nemu možno zniesť tri námietky:

1)bolo použité tvrdenie, ktoré nie je evidentné
2)bolo zamlčané použitie niektorého tvrdenia
3)bol urobený logický skok
V našom konkrétnom príklade na SŠ:
1)že vrcholové uhly sú zhodné
2)bodom ležiacim na priamke možno viesť práve jednu rovnobežku s priamkou
3)á =á ´ â =â ´ možno uviesť podrobnejšie)

- **axiomatický dôkaz** – je možný iba vtedy,ak je planimetria postavená na axiomatickom základe.V prospech axiomatickej stavby sú uvádzané tieto dva argumenty:odstráni sa problém úplnosti lokálneho dôkazu a stredoškolsky vzdelaný človek by mal byť oboznámený so všetkými myšlienkami antiky (protiargumenty: myšlienka axiomatizácie je veľmi náročná, iba málo žiakov ju pochopí a ešte menej ocení; niet vhodného axiomatického systému planimetrie,ktorý by bol súci pre SŠ, Euklidov je nedokonalý a Hilbertov rozvláčny a časovo neúnosný)

Funkcia dôkazu

- na ZŠ – netreba hovoriť o dôkaze, radšej o objasnení, presvedčení, prečo je to tak

Keď deti sami objavia, prečo je to tak, učiteľ sa iba snaží pomôcť to zosumarizovať, presvedčiť aj zvyšok triedy. **Dôkaz by mal byť súčasťou objavovania**.

- na SŠ – aby sami cítili, že chcú presvedčiť seba aj ostatných o správnosti svojho riešenia.

Matematická indukcia

Príklad dôkazu matematickou indukciou:

V rovine je daných n priamok. Možno dvoma farbami vyfarbiť všetky časti roviny tak, aby každé dve boli rôznej farby? Za susedné časti pokladáme tie, ktoré majú spoločnú priamku, polpriamku alebo úsečku.

Žiaci experimentujú, rozdelia sa na 2 tábory – príklon k „áno“, ide to vždy? Po 20 min jeden žiak prišiel s návrhom: „Ak to vieme vhodne vyfarbiť pre nejaký počet priamok, ukážeme, že to budeme vedieť aj potom, keď pridáme ešte jednu priamku. Tým vlastne dokážeme, že to vieme vyfarbiť pre akýkoľvek počet priamok.

Žiaci sami potrebovali dôkaz. Návrh, ktorý použili, je vlastne indukčný krok. Žiaci boli presvedčení, že urobili dôkaz.

Metodická schéma indukcie

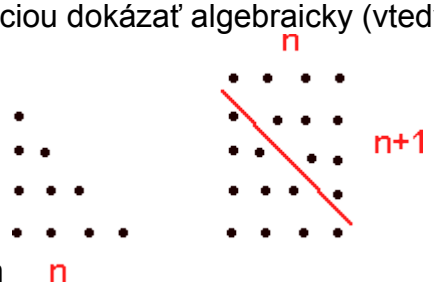
1. formulácia problému
2. experimentovanie a následná voľba hypotézy áno alebo nie
3. intuitívne presvedčenie, že áno
4. objav indukčného kroku – v konkrétnom príklade
5. vykonanie indukčnej operácie na istom počte príkladov
6. formalizovanie dôkazu

Najväčšou chybou pri vyučovaní indukcie je, že základná schéma nie je dostatočne pochopená, žiaci ju ovládajú iba formálne. Chybou je, ak učiteľ povie, že „*ukážem $V(n) \rightarrow V(n+1)$ a preto pre všetky n tvrdenie platí*“.
Žiaci majú pritom pocit, že využívam to, čo chcem dokázať. Vedia, že niečo treba robiť v 2 krokoch. Častokrát neveria dôkazu matematickou indukciou.

Príklady na matematickú indukciu – pozri DSZŠM 2, 7.cvičenie

Dôkaz matematickou indukciou – môže objasňovať (farbenie) a môže pomôcť zapamätať si vzťah.

Príklad: súčet prvých n prirodzených čísel možno indukciou dokázať algebraicky (vtedy



dôkaz nepomáha zapamätať si vzťah). Alebo kreslením

Typy dôkazov

- pri jednoduchých výrokoch – **priamo** – nájdeme niečo, čo je určite pravdivé, a pomocou správnych implikácií prídeme k výroku, ktorý chceme dokázať
- **sporom** – vychádzame z negácie výroku a dopracujeme sa k nepravde
- **nepriamo** – použijeme obmenu výroku $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$

Príklad

$x + 1/x \geq 2$
$x^2 + 1 \geq 2x$
$x^2 + 1 - 2x \geq 0$
$(x - 1)^2 \geq 0$

Toto sa nazýva obrátený postup. Pozor, obrátený postup sa používa, aby sme zistili, z čoho máme dokazovať. Pritom sa jedná iba o **reduktívny úsudok**.

Je pomýlené presviedčať deti, že matematické dôkazy potrebujú pre život. To, čo sa im môže zísť, je rozlíšenie chybnej argumentácie od správnej.

b) Stereometria. (CABRI GEOMETRY).

14.

a) Didaktická analýza tematického celku.

Skôr ako učiteľ začne učiť tematický celok, pozrie si ho a podrobne ho analyzuje: príklady, vnútorná stavba celku, čo s čím súvisí, základná idea, nové pojmy, vzťahy, pravidlá, algoritmy, prečo sa vôbec učí, ako to bolo v histórii. Historický vývoj mu môže pomôcť pochopiť, ako sa pojem bude vytvárať u dieťaťa. Pri analýze mu môže pomôcť kognitívna mapa – na papieri naznačené vzťahy, súvislosti, pojmy...

Analyzujme tematický celok **Kombinatorika**. U mnohých detí/dospelých patrí k najneobľúbenejším.

História kombinatoriky

Kombinatorika nevznikla v antickom Grécku, preto o jej histórii vieme pomerne málo. Pochádza z Indie, arabského a židovského sveta.

- 6. stor. pred n.l. – Susruta (spis) – odpovedá na otázku v kuchárskej knihe: zo 6 korení môžeme vytvoriť 63 rôznych chutí
- Varihinira – zo 16 voňavých substancií, ktoré variujeme 4 rôznymi spôsobmi, dostaneme 1820 kombinácií vône

V dokumentoch sa neuvádza, ako sa autori dopracovali k výsledku, uvádzajú iba čísla, nie výpočet.

- Setzer Jetsirah (3.stor. pred n.l.) – židovský spis – poeticky opísaná tabuľka faktoriálov. *Z 2 rôznych kameňov postavíš 2 domy (veže). Z troch kameňov postavíš 6 domov...zo siedmich kameňov postavíš 5040 rôznych domov. Pokračuj a vypočítaš, čo je neviditeľné očami a nepočuteľné ušami.*
- dielo Mahavira – 9. stor. – prvý raz sa objavuje všeobecné pravidlo pre tvorbu kombinácií.
- 12. stor. – kombinatorika sa začína používať pri riešení úloh, r.1175 – riešenie sústav rovníc Bhashara – koľko je možností, aby sa určité slohy mohli rýmovať?
- 13. – 14. stor. – objavujú sa kombinatorické vzorce a počítanie s nimi, ako ho poznáme dnes

Vyučovanie kombinatoriky

Prečo sa vôbec učí?

Cieľ: nie informatívny, ale formatívny. Nechcem odovzdať súbor poznatkov a naučiť deti používať ho. (Ako vieme, vyučovanie kombinatoriky spôsobom definícia – vzorec je neúspešné). Chcem u detí vybudovať kombinatorické myslenie.

Osnovy: variácie, kombinácie, permutácie, kombinačné čísla, binomická veta, Pascalov trojuholník

Základné postupy pri riešení kombinatorických úloh požadujú riešiť nasledujúce otázky:

1. ako vyberať a usporadúvať nejaké veci (nájsť systém)
2. akým spôsobom to, čo sme vybrali a usporiadali, spočítať (spočítať zápisy)
3. algebraická kombinatorika (vyššia úroveň) – kombinačné čísla, vzťahy, faktoriály, binomická veta, Pascalov trojuholník a vzťahy v ňom

Čo je pre kombinatoriku charakteristické:

- je to diskrétna matematika,
- nie sú v nej ťažké pojmy (hoci niekedy boli veľmi zložité definície)
- má zaujímavé príklady – úlohy možno formulovať v zaujímavom kontexte,
- nevyžaduje zvláštne informácie – vedomosti z matematiky

S čím začneme

7. hľadanie organizačného princípu

Na začiatok vypisujeme všetky možnosti, hľadáme systém.

Príklady:

- *Koľkými spôsobmi môžeme zaplatiť 16 Sk (1,2,5 a 10-korunáčky)?*
- *Na ostrove žijú červíky, ktorých telo má 8 článkov. Dva články sú modré a všetky ostatné žlté. Koľko rôznych červíkov môžeme na ostrove stretnúť?*

- *Na turnaji hrá 5 mužstiev systémom každý s každým po 1 zápase. Koľko zápasov sa odohrá?*

Možné riešenia:

1. každý s každým – je nás 5, ja si podám ruky s každým - 5, aj on si podá ruky s každým – 5 → 5x5=25
   Organizuje si to na základe kľúčového slova, neoverí si svoju úvahu na konkrétnom príklade
2. a) konkretizuje si družstvá a začne vypisovať zápasy: A-B, A-C, A- D, A-E, B-C...potom už dopĺňa, čo chýba, ale bez systému, môže niečo vynechať alebo zapísať 2krát
   b) systematický prístup – najprv zápasy jedného mužstva, potom 2.mužstva, ktoré ešte neboli...
3. tabuľka – niekedy zaplní aj všetko

	A	B	C	D	E
A		X	X	X	X
B		X	X	X	
C		X	X		
D		X			
E					

4. graf (5-uholník a spojnice vrcholov)

Komentár:

2. riešenie – etapa predmetnej manipulácie, ešte neobjavil organizačný princíp, ktorý by mu umožnil sprehľadniť situáciu

3.riešenie – použije organizačný princíp, ktorý pozná zo života

4.riešenie – univerzálny model – tento žiak by rovnako riešil aj úlohu o počte štrngnutí v spoločnosti 5 ľudí

Príklady:

Vypíšte všetky trojcifeerné čísla, ktoré sa skladajú z cifier 0, 1, 2, 3. Každé číslo použijeme najviac raz. Koľko ich je?

Koľko existuje 4-ciferných čísel, v ktorých je súčet cifier prvého a druhého trojčíslia rovnaký?

Hľadanie organizačného princípu

1. schéma – množinu M prehľadne znázorníme tabuľkou alebo grafom
2. zjednotenie – množinu M zapíšeme ako zjednotenie navzájom disjunktných množín. Koľkými spôsobmi môžeme obliecť bábiku, ktorá má 3 večerné, 2 vychádzkové a 2 pracovné šaty?
3. súčin – ako všelijako oblečieme bábiku, ktorá má 3 blúzky, 4 sukne (a 2 páry črievičiek)?
4. gradovanie – tvoríme postupnosť vnorených množín M1, M2...Mn. Množinu Mi organizovať vieme a poznáme pravidlo, pomocou ktorého zo znalosti organizácie M1..Mn vieme organizovať množinu Mi+1. Napr. podávanie rúk pre 5 ľudí už vieme. Príde šiesty – podá každému ruku a už viem, koľko bude podaní pre 6 ľudí.

Nepotrebujem, aby vedeli vzorec, ale aby to vedeli spočítať. Ku vzorcom prechádzam až vtedy, keď spoľahlivo ovládajú organizačný princíp a pravidlo súčtu a súčinu, v rôznorodých úlohách vedia nájsť spoločnú podstatu.

b) Postupnosti a rady reálnych čísel.

15.

a) Využitie INTERNETU pri vyhľadávaní učebných materiálov.

Výhody používania počítačov a Internetu vo vyučovaní sú najmä:

- individualizácia vyučovania,
- motivácia žiakov,
- objektívnosť hodnotenia žiakov,
- okamžitá spätná väzba,
- možnosť rýchlo a efektívne komunikovať,
- efektívnosť získavania informácií,
- veľké zobrazovacie možnosti,
- automatizácia pracných výpočtov, eliminácia rutinných prác, úspora času.

b) Vektorová algebra.

16.

a) Problem solving, projektové vyučovanie.

PROBLEM SOLVING

- riešenie problémov je dôležitou súčasťou kognitívnych schopností
- považuje sa za najzložitejší myšlienkový proces, ktorý vyžaduje ovládanie viacerých rutinných a základných kognitívnych zručností
- vo vyučovacom procese je nutné aby žiaci získali schopnosť využívať nadobudnuté vedomosti na riešenie problémov, s ktorými sa stretáva po prvý krát (riešenie ani metóda riešenia mu nie sú známe)
- niektoré metódy riešenia problémov :
  - metóda pokus-omyl
  - brainstorming
  - vylučovacia metóda (vylúčenie nelogických alebo nemožných riešení)
  - postup od jednoduchého ku zložitému : rozloženie komplexného problému na jednoduchšie riešiteľné časti
  - vyriešenie na základe dostupného riešenia izomorfného problému

- cyklus riešenia problému :
  1. identifikácia problému
  2. definovanie problému
  3. vytvorenie stratégie riešenia problému
  4. organizácia informácií týkajúcich sa problému
  5. rozvrhnutie zdrojov
  6. monitorovanie riešenia problému
  7. vyhodnotenie riešenia problému
- algoritmus – návod na riešenie
-

PROJEKTOVO ORIENTOVANÉ VYUČOVANIE

- prirodzené medzipredmetové vzťahy
- cieľom má byť nejaký konkrétny výsledok pre prax
- projekty sú krátkodobé alebo dlhodobé
- mala by sa do nich zapojiť celá škola, čo je však ťažko dosiahnuteľné
- objavia sa talenty a schopnosti u žiakov, čo pomáha k sebadôvere

Projekt – návrh, plán, zámer
Keď škole priznáme úlohu nielen púheho prenosu informácií, ale aktívneho procesu hľadania, prežívania, vlastného skúšania a tvorenia, a predovšetkým komplexného formovania osobnosti dieťaťa je výchovno-vzdelávací projekt (VVP) jednou z najprirodzenejších foriem výučby. Tak ako život prebieha komplexne, tak aj VVP integruje vedomosti a zručnosti z rôznych odborov ako predpoklad nového riešenia problému, predpoklad pre získanie nových poznatkov. Organizácia projektu vychádza zo stanoveného cieľa. VVP môže byť z časového hľadiska dlhodobý (dni, týždne, mesiace) alebo krátkodobý (hodiny). Cieľ by mal byť úzky, konkrétny a zavŕšený hmatateľným výsledkom (odborné pojednanie, časopis, kniha, výstava, expedícia, článok, učebná pomôcka…). Aj keď priebeh projektu môže pripomínať didaktickú hru a jeho dôležitou súčasťou je silný emocionálny zážitok, treba dbať na zachovanie profesionálnej úrovne, odbornej, zodpovednej a zmysluplnej činnosti. Nemal by byť teda púhou hrou, ale žiaci by mali pridelené úlohy prijať so všetkou vážnosťou, dôslednosťou a zodpovednosťou v rámci svojich možností.

Dôležitou podmienkou prípravy projektu je:
- správny výber témy – úlohy úzko súvisiace so životom (praxou)
- stanovenie výchovno-vzdelávacích cieľov
- premyslenie všetkých možných súvislostí s danou témou
- motivácia pre získanie záujmu žiakov
- rámcový časový plán projektu
- dostatočná ponuka informačných zdrojov (literatúra, časopisy, odborné pracoviská…)
- dokonalé premyslenie organizácie VVP (metódy a formy práce, rozdelenie do skupín, dokumentácia, pomôcky)

Projektovo orientované vyučovanie je náročná forma výučby, lebo kladie veľké časové aj odborné nároky na prípravu učiteľa a jeho organizačné schopnosti. Žiakom dáva možnosť uplatniť sa podľa svojich schopností, byť prospešný, úspešný, uvedomiť si svoju cenu a zmysluplnosť cesty za vzdelaním. Odmenou pre učiteľov je záujem žiakov o túto výučbu a poznanie, že vo všetkých deťoch bez rozdielu je ukryté množstvo schopností, ktoré čakajú len na vhodnú

príležitosť k prebudeniu.

b) Analytická geometria. (DERIVE).

17.

a) Testy, špecifikačná tabuľka pre prípravu testov.

DIDAKTICKÉ TESTY

Je rozdiel medzi písomnou skúškou a didaktickými testami – hlavne v tvorbe.
Koncom 19. a začiatkom 20. storočia začali autori hľadať objektívnejšie metódy ústneho aj písomného skúšania. V roku 1905 rozpracoval Binet testy na meranie inteligencie. Na základe nich sa vyberali deti do osobitných škôl.

Výhrady proti tradičnému skúšaniu:

1. známka často nevyjadruje mieru výkonu
2. rôzne školy majú rôzne požiadavky (nároky na žiakov)
3. učitelia majú tendenciu v niektorých triedach prísnejšie známkovať
4. otázky a úlohy nie sú rovnako náročné
5. známka nie je spravodlivá voči pomalším žiakom

Od roku 1947 existuje v USA inštitúcia, ktorá pripravuje didaktické testy. Potom sa začali tie testy používať aj u nás. Dnes firma EXAM.

Testy použité vo vyučovaní majú 2 základné funkcie:

a) diagnostická
b) kontrolná

Ďalšia funkcie sú: prognostická, orientačná, stimulačná a klasifikačná.
Didaktické testy pozostávajú z testových úloh. Základné typy a formáty týchto úloh:
Požiadavky na formu sa postupne formovali – aby sa meralo to, čo sa merať má, poskytovať rovnaké výsledky pri ľub. opakovaní, poskytovať rovnaké výsledky pri rôznych posudzovateľoch, poskytovať rovnaké výsledky pri tých istých podmienkach kdekoľvek.

Na konštrukciu a formu sme stanovili:

- typy testovacích položiek vzhľadom na spôsoby výučby
- počet testovacích položiek
- vhodná úroveň obtiažnosti
- rešpektovanie cieľa vyučovacieho predmetu

Didaktický test je jedným z nástrojov merania výučby.

Didaktické testy poznáme:

- štandardizované – sú overené na širokej populácií a tým sú získané výsledky čo najobjektívnejšie (Exam)
- neštandardizované – pripravujú si ich učitelia sami

Pri tvorbe testu musíme dbať aj na vyhodnotenie testu. Najjednoduchšia oprava testu je podľa šablóny.
Objektivita testu – test by mal mať rovnaké výsledky kdekoľvek.

Typy testovacích položiek:

p) uzavreté – s výberom odpovede
q) otvorené – dopĺňa sa vlastná odpoveď

Dôležitý je aj počet položiek, vhodná úroveň obtiažnosti (súvisí s didaktickou zásadou primeranosti učiva) a rešpektovanie cieľa testovania vyučovacieho predmetu.

UZAVRETÉ ÚLOHY:

- dichotomické – áno - nie, málo objektívne
- úloha s výberom odpovede
- priraďovacie úlohy
- usporiadacie úlohy

OTVORENÉ ÚLOHY:

- produkčná úloha so stručnou odpoveďou
- produkčná úloha so širokou odpoveďou

KRITÉRIA NA KLASIFIKÁCIU TESTOV:

- podľa princípov konštrukcie
- podľa obsahu
- podľa špecifikácie zisťovania
- podľa možnosti použitia
- podľa charakteru výkonu
- podľa typu...

Čo má obsahovať projekt testu?
Vývoj testu je pomerne zložitý a náročný proces. Preto si treba vytvoriť projekt budúceho testu, ktorý by mal obsahovať odpovede na tieto otázky:

- účel testu a odberatelia výsledkov testovania – aký je primárny účel testu, aké informácie má test poskytovať, aké výsledky má poskytovať
- respondenti (tí, čo odpovedajú) – charakteristika respondentov

- typ testu – účel; či je ten test rozlišujúci alebo hodnotiaci (overujúci)ô či je test časovaný aký je formát otázok, koľko je položiek, náročnosť...
- podmienky administrácie – aký čas budú mať žiaci na vypracovanie testu, aké pomôcky môžu používať, kto to bude opravovať, ...
- spracovanie výsledkov – ako bude test hodnotený, aká bude váha položiek, kto bude štatiscky spracovávať výsledky testu
- výroba testu a odpoveďových hárkov – koľko exemplárov treba pripraviť, akou technikou sa rozmnoží, aké budú náklady a podobne...

POSTUP PRI TVORBE TESTU

9. vytvorenie projektu testu
10. vytvorenie špecifikačnej tabuľky (scenára testu)
11. posúdenie projektu a špecifikácie testu kompetentmi
12. tvorba banky úloh: otázok a príkladov, zodpovedajúcej špecifikačnej tabuľke
13. posúdenie prípadná modifikácia úloh
14. pilotovanie, odskúšanie úloh
15. analýza výsledkov pilotáže (položková analýza) a následne modifikácia úloh

b) Infinitezimálny počet.

18.

a) Motivácia v matematike. Konkrétna ukážka motivácie.

- Motiváciu zvyšuje príležitosť rozhodovať sa.
- Motivácia:
  - naruší pôvodnú rovnováhu psychiky, človek sa snaží túto rovnováhu opäť vyrovnať;
  - sila motivácie časom slabne;
  - psychická energia sa vyčerpáva => úvaha, v tomto čase (do únavy):

1) stihol vyriešiť;
2) nestihol vyriešiť:
   a) prezradíme riešenie;
   b) neprezradíme => dráždi zvedavosť => návrat k problému => úloha sa stala <u>strategickým motívom</u>, (motív pôsobiaci krátkodobo = <u>taktický motív</u>)

- F-cie strategického motívu:
  1) motivačná;
  2) štruktualizačná (zahusťuje sa kognitívna sieť).
- Ako motivovať:
  1) inšpirovať históriou;
  2) motivácia náhradným cieľom;
  3) „roľa ušiteľa";
  4) súťažou, odmenou (radosť z úspechu).

motivačné príklady :

- rozprávka pre menšie deti - ježibaba premenila Janka a Marienku na žaby a dala ich do klietky s ostatnými piatimi žabami, máte pomôcť deti odkliať, tak že vyberiete dvojicu žiab, ktoré sú Janko a Marienka. - vytváranie dvojíc z piatich prvkov, treba na to vytvoriť systém, aby sa dvojice neopakovali a na žiadnu sa nezabudlo
- vtipný príbeh k príkladu pre starších študentov : dedko vypálil 8 litrov slivovice a potrebuje ich rozdeliť na dve polovice dvakrát po 4 litre. Má však iba tri nádoby 8, 5 a 3-litrovú. Dedko chce čo najmenej porozlievať, takze to treba urobiť na čo najmenší počet krokov.
- Rôzne hlavolamy, hádanky, paradoxe, matematické vtipy ...

b) Dôkazy.

19.

a) Diagnostická analýza žiackych prác.

- Diagnostická analýza žiakových prác - čo treba sledovať v riešení:
    1. Heuristika (schopnosť pozorovať javy, experimentovať, konkretizácie modelovania, systematického rozboru príkladov, zovšeobecňovať);
    2. Úroveň argumentácie a slovného komentára (prečo je to pravda), vyžadovať komentár;
    3. Použitá symbolika a narábanie s premennými;
    4. Obrázky a grafická úprava.
- Iný spôsob:
    1. stratégia riešenia;
    2. použité vzorce;
    3. kalkulatívne zručnosti;
    4. či dopredu vie, čo bude riešiť, alebo postupne prichádza k riešeniu;
    5. či sa často vyskytujú slepé uličky.
- Čo sa týka pamäti:
    1. spomína si, že 3 vzorec na vyriešenie úlohy;
    2. vie že 3, aj si ho pamätá;
    3. pamätá si ho, ale skreslene.
- Počtárska kultúra.
- Remeselná dôkladnosť/nedôslednosť.

b) Grafy funkcií. (DERIVE, grafický kalkulátor, JAVA APPLETY).

20.

a) Využitie histórie pri vyučovaní matematiky.

- Dejiny matematiky majú pre didaktiku matematiky význam: 1) metodologický, 2) ilustračný.
- Ukazujú učiteľovi, aké tažkosti sa môžu vyskytnúť pri štúdiu jednotlivých častí matematiky.
- Naznačujú rôzne cesty vo vyučovaní matematiky.
- Uvádzajú presvedčivé príklady súvisu matematiky so životom.
- Odhaľujú závislosti v tvorbe matematických ideí od potrieb spoločnosti alebo samotnej vedy. To všetko je účelné osvetľovať vo výučbe, pretože nový poznatok sa ľahšie osvojuje, ak sú známe okolnosti jeho vzniku. Stručné historické poznámky na hodinách matematiky podnecujú záujem o štúdium tejto vedy a motivujú matematickú činnosť. Znalosti dejín matematiky umožňujú hlbšie chápanie didaktiky matematiky.

Využitie histórie pri vyučovaní matematiky

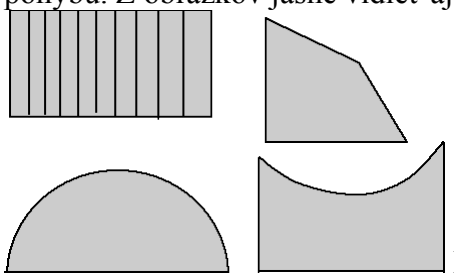
Dejiny matematiky majú pre didaktiku matematiky význam:1)metodologický,2)ilustračný.

- Ukazujú učiteľovi,aké tažkosti sa môžu vyskytnúť pri štúdiu jednotlivých častí matematiky.
- Naznačujú rôzne cesty vo vyučovaní matematiky.
- Uvádzajú presvedčivé príklady súvisu matematiky so životom.
- Odhaľujú závislosti v tvorbe matematických ideí od potrieb spoločnosti alebo samotnej vedy. To všetko je účelné osvetľovať vo výučbe, pretože nový poznatok sa ľahšie osvojuje, ak sú známe okolnosti jeho vzniku.Stručné historické poznámky na hodinách matematiky podnecujú záujem o štúdium tejto vedy a motivujú matematickú činnosť. Znalosti dejín matematiky umožòujú hlbšie chápanie didaktiky matematiky.

Oresme a pohyby

Nekonečné rady

Oresme (1323 – 1382) sa zaoberal skúmaním pohybu. Vodorovnou úsečkou zakreslil, ako dlho pohyb trval. V každom okamihu si predstavil kolmicu takú dlhú , ako bola v tej chvíli rýchlosť pohybu. Z obrázkov jasne vidieť aj dráhu pohybu – ako obsah geometrických útvarov.

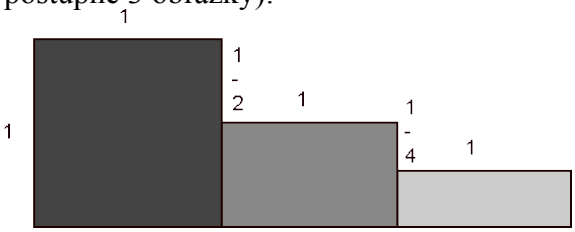


Dnes vieme, že obdĺžnik znázorňuje rovnomerný pohyb, lichobežník pohyb rovnomerne zrýchlený / spomalený. Oresme sa však zaoberal aj veľmi zložitými pohybmi, na ktoré asi nenájdeme pomenovanie.

Oresme pri svojom skúmaní vždy nechal pohybovať sa „niečo“. Predstav si ho, ako chceš:).

Pozrime sa na takúto úlohu: Nech sa niečo pohybuje prvý deň určitou rýchlosťou. Na druhý deň sa pohybuje dvakrát pomalšie ako prvý, na tretí 2 x pomalšie ako druhý...až do nekonečna. Akú veľkú dráhu prejde?

Nakreslime si obrázky vyjadrujúce pohyb niečoho za prvý, druhý a tretí deň (dobré je nakresliť postupne 3 obrázky):



Ďalej je to už jasné – nekonečne dlhá konfigurácia. Dráhu určíme ako súčet obsahov nekonečne dlhej konfigurácie:

1 + 1/2 +1/4 + 1/8 + 1/16 + ...

Oresme vymyslel takýto fígeľ:

Zobral 2 štvorce so stranou 1. Jeden rozstrihol na polovicu a priložil polovicu vedľa druhého štvorca. Odstrihol polovicu z polovice (štvrtinu) rozstrihnutého štvorca a priložil ju...keby pokračoval donekonečna, dostal by konfiguráciu, ktorej obsah chceme vypočítať. Jej obsah je teda obsah dvoch štvorcov so stranou 1, teda 2.
2 zvláštnosti: fyzikálna: niečo sa môže pohybovať nekonečne veľa dní a prejde iba celkom malý kúsok. Matematickú: konfigurácia má nekonečné rozmery, no iba konečný obsah.
Podobný príklad: úsečku dĺžky 64 rozdelíme v pomere 3: 1 , tak, že prvá je 3/4 celej, teda 48, druhá je 3/4 zvyšku, teda 12...Potom nad prvou časťou urobíme obdĺžnik výšky 1, nad druhou výšky 2...stále tak, aby výšky boli v pomere 2:1
Obsah novej konfigurácie je
1. 48 + 2.12 + 4.3 + 8.3/4 ...= 48 + 24 + 12 + 6...= 48 (1 + 1/2 + 1/4 + 1/8 +...) = 48 . 2 (podľa predošlého:-)
Konfigurácia je teraz nekonečne vysoká a má iba konečný obsah.
Bude mať nekonečný rad so zmenšujúcimi sa členmi vždy kladný súčet? Oresme ukázal, že harmonický rad 1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 + 1/5... nemá konečný súčet.
Celá finta dôkazu spočíva v rozdelení sčítancov na bloky:
1 + 1/2 = 3/2
1/3 + 1/4> 1/4 + 1/4 = 1/2
1/5 + 1/6 + 1/7 + 1/8 > 1/8 + 1/8 + 1/8 + 1/8 = 1/2
Oresme rozdelil celý súčet na bloky, z ktorých každý má súčet > 1/2. Takých úsekov je nekonečne veľa – rad nemá konečný súčet.

(spracované podľa knihy Petra Bera: Matematici ja a ty)

b) Premenná, výrazy, symbolika, IKT - konkrétne ukážky využitia v matematike.